Tentamen i MSG100 Sannolikhetsteori 1, Göteborgs Universitet. Deltentamen 1, 7.5 hp.

Tid: Torsdagen den 1 November 2012, 8.30-12.30.

Examinator och Jour: Olle Nerman, tel. 7723565, rum 3056, MV, Chalmers.

Hjälpmedel: Miniräknare, egen formelsamling (4 A4-sidor på 2 blad) och till skrivningen medföljande tabeller. Antal möjliga poäng = 30.

Betygsgränser: För betyget G fordras 12 poäng, för betyget VG 20 poäng.

---

1. Patienterna som kommer till en viss fotbollsrelaterad idrottsklinik har olika typer av skador de söker hjälp för. Erfarenhetsmässigt har yngre män (under **30** års ålder) knäskador i **22%** av fallen, medan bland yngre kvinnor (under **30** års ålder) har ca **45%** knäskador. Bland män som är **30** år eller äldre utgör knäskadeandelen ungefär **37%** . Bland de äldre kvinnorna, **30** år eller äldre, är det ungefär **54%** som söker för knäskada. Relativa frekvensen av patienter i de **4** köns/ålders-kategorierna beräknas vara ungefär **50%** män under **30** år, **15 %** kvinnor under **30** år, **30%** män som är **30** år eller äldre och **5%** kvinnor som är **30** år eller äldre. Vad är
   a. ungefärliga procentandelen bland alla patienter som söker för knäskador? (2p)
   b. ungefärliga sannolikheten för att en slumpvald knäskadad patient är yngre än **30** år? (2p)

2. På en viss parkeringsplats finns **12** parkeringsrutor i en rad. Fyra bilar ställer sig i tur och ordning helt slumpmässigt på en av de lediga platserna. Vad är
   a. sannolikheten att **alla** bilarna står intill varandra i en rad utan någon lucka mellan dem? (2p)
   b. sannolikheten att det står bilar på de båda ytterplatserna ? (2p)

3. För en stokastisk variabel **X** med Poissonfördelning med väntevärdet **6**, skall du
   a. beräkna momentgenererande funktionen **M (t)** (för **t** nära **0**) (2p)
   b. beräkna första-, andra- och tredjemomentet av **X** med hjälp av **M**. (2p)

4. Antag att **X** och **Y** är oberoende och binomialfördelade med parametrarna **n=10, p=0.3** , respektive **m=20, p=0,3.** Låt nu **Z=X+Y**. Vad är
   a. variansen för **Z**? (1p)
   b. kovariansen mellan **X** och **Z**? (1p)
   c. korrelationen mellan **X** och **T**, där **T** är definierad av att **T=-Z**? (1p)
   d. sannolikhetsfunktionen för **T=-Z**? (1p)

5. a. Beräkna frekvensfunktionen för differensen **Z=X-Y** av två oberoende exponentialfördelade stokastiska variabler **X** och **Y** , båda med väntevärden **=1/2**. (*ledning:* Använd faltning) (2p)
   b. Vad är sannolikheten att **Z** är mindre än **2**, d.v.s. **P(Z<2)**? (2p)

6. Antag att **Y**=maximum av **10** oberoende kontinuerliga stokastiska variabler med samma fördelning har sannolikhetstätheten **g** och fördelningsfunktionen **G**. Vilken frekvensfunktion **f** har då en av de ursprungliga variablerna uttryckt i **g** och **G**? (*ledning:* Börja med fördelningsfunktionen) (3p)

VÄND!

7. Betrakta 2 händelser **A** och **B** i ett sannolikhetsförsök. Visa att

   a. **P(A∩B)≥PA)+P(B)-1 .** (2p)

   b. **P(A|B)≥1-(1-P(A))/P(B) .** (2p)

8. Personbilar med oberoende längder enligt en fördelning med väntevärdet **4** meter och standardavvikelsen **0.5** meter packas succesivt in i en rad på en bilfärja med oberoende mellanrum, vart och ett likformigt fördelade på intervallet **[20 cm , 40 cm]**. Den första bilen ställs med ett avstånd från en vägg som också är likformigt fördelat på intervallet **[20cm, 40cm]**. Den sist inparkerade bilen, däremot, packas (vid behov) med (som minimum) exakt **20 cm** avstånd till bilen framför, så att den får plats inom en begränsning i form av en målad linje **125** meter från väggen. Om du själv kör en **6** meter lång bil och kommer som bil nummer **28**, vad är då chansen att du får plats i raden? (3p)